

ОГЛАВЛЕНИЕ

Подготовка

Введение.....	8
Большие вопросы.....	10
Домашние математические пособия.....	26
Правильная и неправильная родительская тактика.....	31
АРИФМЕТИКА — И КАК ОНА ИЗМЕНИЛАСЬ.....	41
Числа и позиционная система.....	43
Сложение и вычитание: методы устного счета.....	73
Сложение и вычитание: письменные методы.....	101
Простое умножение и таблицы.....	114
Умножение без таблицы.....	137
Деление.....	150
ЧТО ТАМ, ЗА АРИФМЕТИКОЙ?.....	171
Доли, проценты и дроби.....	173
Геометрические фигуры, симметрия и углы.....	197

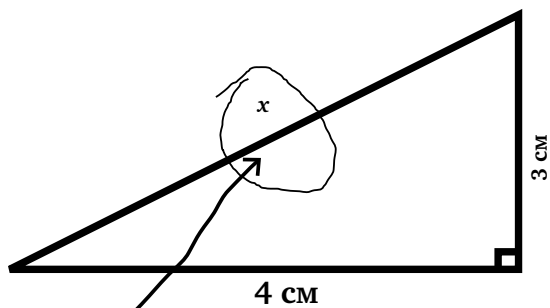
Измерения.....	226
Статистика и вероятность	245
Математика на калькуляторе.....	273
Большие идеи для маленьких человечков.....	293
ГОТОВИМСЯ К ЭКЗАМЕНАМ	313
Вопросы, с которыми может столкнуться ваш ребенок	315
Решаем без калькулятора.....	317
Использовать калькулятор разрешается.....	323

Ответы

Ответы на вопросы, которые могут встретиться в тестах.....	325
Ответы на вопросы в разделах «Проверьте себя»	347
Глоссарий.....	364
Благодарности	381

ПОДГОТОВКА

Вопрос. **Найди x .**



Вот он

ВВЕДЕНИЕ

В жизни каждого родителя наступает момент, которого боятся очень многие: «Мам (пап), сделаем вместе домашку по математике?» Конечно, когда-то давно, в детстве, вы и сами проходили через все это. Но в ситуации, когда помощи ожидают от вас, ощущения возникают совсем другие. Ведь за минувшие годы произошло немало перемен: изменилась математика, изменились методики, возможно, переменилось отношение детей к родителям. Последние, по крайней мере, так и считают — хотя не исключено, что мамы и папы думают примерно одно и то же уже не одну сотню лет.

Из всех школьных предметов именно математика доставляет больше всего беспокойства родителям. Мы неоднократно встречали людей, которых тревожит, что они не в состоянии справиться с примерами, заданными их детям на дом. Но существуют и другие отцы и матери. Они более или менее разбираются в математике, и волнует их иное. Для них проблема выглядит так: *сегодня в школе это делают совершенно иначе*. Попытки папы продемонстрировать вычитание в столбик привычным методом: «Так, добавляем десяток в верхней строке и платим десятком в следующем разряде нижней...» — ошеломленный ребенок встречает стеклянным взглядом

и в конечном итоге идет жаловаться маме: «Папа меня просто запутал».

Эта книга призвана помочь родителям заново познакомиться с математикой, увидеть этот предмет в новом свете и понять, *почему* сегодня те же вещи делают иначе (и некоторые по весьма серьезным причинам), а также получше разобраться в том, что происходит в голове ребенка, когда он утверждает, что «просто не врубается». И в первую очередь наша цель — сделать так, чтобы домашние занятия математикой приносили вам то, чего в них отчаянно не хватает, — удовольствие.

Школьная математика — предмет необъятный, и мы ни в коем случае не можем надеяться охватить его весь в одной книге. Поэтому мы сосредоточились на основах, на том, что дети осваивают (или должны осваивать) в начальной школе. Значительная часть этих «основ» не так уж и примитивна. На самом деле некоторые задания в тестах для 11-летних детей стали бы серьезным испытанием для большинства взрослых. Но в этой книге не будет синусов и косинусов, не будет векторов и совершенно точно не будет квадратных уравнений. Если вы хотите почитать о них, возьмите другую нашу книгу — «Математика с удовольствием»¹.

¹ Истуэй Р., Эскью М. Математика с удовольствием. — М.: Ко-
Либри, 2017.

БОЛЬШИЕ ВОПРОСЫ

В разговорах с родителями некоторые вопросы возникают настолько регулярно, что мы для себя обозначили их как «большие». Нам удалось выделить четыре таких вопроса, и они настолько важны, что мы вынесли их в начало книги.

1. Почему сегодня это делают не так, как в наше время?

Когда ребенку исполняется шесть лет, многие мамы и папы переживают ужасный шок. Мало того что вместо привычных «уроков математики» в школьном расписании значится какая-то «арифметика». Обнаруживается, что дети приносят домой математические термины и методы, которые родители просто не узнают. Во многих семьях это порождает проблему. Родители, жаждущие помочь, вдруг осознают: 1) они не понимают, что делает ребенок, и потому не могут сказать, правильно это или нет и 2) когда они пытаются показать, как выполнить то или иное математическое действие, им удается лишь вконец запутать сына или дочь. В результате многие родители остро ощущают разочарование и собственную беспомощность.

Что же на самом деле происходит, и что вы как родитель можете с этим сделать?

В большинстве школ давно прошли те времена, когда уроки математики представляли собой решение бесконечных арифметических примеров, которые следовало выполнять в полной тишине по методикам сложения и умножения, разработанным сотни лет назад. На сегодняшних уроках гораздо больше внимания уделяется сотрудничеству и исследованиям, а долгие периоды тишины редки.

Методики тоже стали другими. Один из примеров того, насколько сильно все изменилось, — способ умножения больших чисел, к примеру 79 и 43. Большую часть родителей в свое время учили умножать «в столбик», и многие до сих пор пользуются этим методом, проводя расчеты на клочке бумаги. Однако мало кто из взрослых способен объяснить, *почему этот метод работает*. Если хотите, это что-то вроде черного ящика: вы поворачиваете ручку, и с другой стороны коробки появляется верный (по крайней мере, вы на это надеетесь) ответ. Сегодня основной упор в школах делается на те методики преподавания, которые помогают детям понять математические принципы, лежащие в основе тех или иных действий, снижая таким образом (в теории) вероятность ошибок и закладывая фундамент понимания в дальнейшем более сложной математики.

Этот переход от методик обучения действиям — *как надо* — к пониманию собственно математики, стоящей за этими действиями, — *почему так происходит* — случился по нескольким причинам. Во-первых, пришло осознание: того чудесного времени, когда каждый окончивший начальную школу прекрасно умел умножать в столбик, делить уголком и т. п., никогда и не было.

Исследования уровня математических навыков у взрослых раз и навсегда покончили с этим мифом.

Во-вторых, технологии все стремительнее меняют окружающий нас мир. На место логарифмических линеек и таблиц пришли калькуляторы. Число ситуаций, в которых человеку в повседневной жизни реально требуется умножать в столбик и делить уголком, резко сократилось. А вот представления о том, когда надо умножать или делить, наоборот, сильно расширились (Которое из скидочных предложений выгоднее для меня? Где дешевле отремонтировать автомобиль?), и необходимо точно знать, что ответы, которые дает калькулятор или электронная таблица, приемлемы. Сегодня дети тоже учатся вычислять при помощи ручки и бумаги, но эти методы ближе к тем «упрощенным» приемам, которыми пользуются профессиональные математики. Они позволяют не просто получить верный ответ (бесспорно, лучшее и наиболее разумное средство для длинных или сложных расчетов — калькулятор), но еще и глубже разобраться в математике и развить у ребенка арифметическое мышление. Как выразился писатель Ричард Скемп, это все равно что дать человеку карту вместо письменной инструкции и списка ориентиров на пути из пункта А в пункт Б. Если вы путешествуете, руководствуясь инструкцией, то любая ошибка может увести вас с правильного маршрута, и тогда вернуться на него будет очень непросто. Имея же под рукой карту, вы можете самостоятельно проложить наиболее разумный маршрут в место назначения. Сегодня цель преподавания математики — помочь ребенку выработать собственную внутреннюю математическую карту, а не заучить список дорожных указателей.

Вам как родителю важно тоже научиться новым методам. Описания важнейших из них вы найдете в разных частях этой книги. В первую очередь вам необходимо освоить **метод решетки** (для умножения); **деление «кусками»**, или **метод группировки** (для деления); а также иметь представление о **числовой прямой** и о том, как ей пользоваться. Кроме того, существует некоторое количество незнакомых вам терминов, с которыми тоже стоит познакомиться, поскольку детям сегодня приходится усваивать и использовать такие понятия, как **«разбиение»**, **«массив»** и **«диаграмма Кэрролла»**. Чтобы уяснить значение этих и некоторых других терминов, вызывающих у вас тревогу, воспользуйтесь глоссарием в конце книги.

По крайней мере, вы можете утешаться тем, что хотя некоторые методы, используемые сегодня в школе, и называются по-новому (к примеру, метод **компенсации**), сами они отнюдь не новые. Мало того, некоторые из них были придуманы даже раньше, чем те, что вы сами изучали в школе. Древние римляне и египтяне использовали один из вариантов разбиения для быстрого сложения чисел, а сегодня этим же методом пользуется ваш ребенок. Пусть вас не смущает специальная терминология, связанная со всеми этими новыми приемами, — заложенные в них принципы идейно очень просты и известны очень давно.

Еще одна хорошая новость заключается в том, что постепенно, по мере восхождения ребенка по математической лестнице, все эти методики соединяются с теми, что вы изучали в школе. Как только ваш ребенок уверенно освоит, к примеру, устное умножение, он должен будет перейти к умножению в столбик и решать точно такие же примеры, какие решали и вы когда-то.

2. Как мне преодолеть страх перед математикой?

Если вы относитесь к тем счастливым родителям, для которых математика — всего лишь легкий приятный ветерок, вы можете пропустить этот вопрос. Но возможно, вам захочется чуть задержаться на нем — просто для того, чтобы узнать, что думают о математике некоторые из ваших «коллег».

Для некоторых матерей и отцов математика — настоящий ад. Достаточно показать таким людям американский тест SAT за шестой класс, и им станет физически плохо. Трудно сказать наверняка, сколько взрослых испытывает страх или тошноту, сталкиваясь с математическими вопросами, но по данным нашего собственного неформального исследования, их может насчитываться до 30% (и есть такие взрослые, которым необходимо напоминать, что 30% — это то же самое, что трое из каждых десяти).

Отцы и матери, побаивающиеся математики, очень не хотят, чтобы этот их страх выплыл наружу и о нем узнали их дети. Одна мама так выразила опасения многих родителей: «Когда мои дети учились в школе, я жила в страхе перед их домашними заданиями по математике. Я готова была сделать все, что в моих силах, чтобы избежать участия в этом процессе, и ужасно боялась, что меня попросят о помощи. К счастью, муж достаточно силен в математике, так что я обычно могла их отфутболить, сказав, что занята, и предложив обратиться к папе. Но я чувствовала себя ужасно виноватой — так, словно подвела их. Через некоторое время дети уже не просили меня помочь — они все понимали».

Откуда же берется этот страх?

Все мы не раз слышали, будто существуют люди, лишенные «математического гена» (что, разумеется, подразумевает, что они также не в состоянии передать этот ген своим детям). Может быть, это объясняет «математикофобию»?

Ответ почти наверняка отрицательный, потому что такой штуки, как математический ген, не существует. Откуда бы ему взяться? Человечество занимается алгеброй, теорией вероятности и математическим анализом всего лишь несколько сотен лет. Сегодня большинство взрослых, даже тех, кто считает себя неспособным к математике, на самом деле гораздо более сведущи в ней, нежели все люди Средневековья, за исключением крохотной их доли, а на развитие генов уходят тысячи или даже миллионы лет. Таким образом, те качества мозга — какими бы они ни были, — которые позволяют одним людям блистать в математике, тогда как другие с трудом осваивают школьную программу, никак не могут быть связаны с геном, специально посвященным математике. (Ученые считают, что математические способности могли возникнуть у человека как побочный продукт языкового общения, требующего высокого уровня абстрактного мышления.)

Если поговорить с человеком о его нелюбви к математике, то в большинстве случаев услышишь рассказ об учителе или о ком-то из родителей, чье вмешательство и породило комплекс неполноценности. Люди боятся не математики как таковой; они боятся оказаться в неловкой ситуации, опасаются конфуза.

Когда понимаешь, сколько родителей, бабушек и дедушек имеют в своей копилке дурные воспоминания

об уроках математики в прежние времена (а под прежними временами мы подразумеваем не только Вторую мировую, но и 1980-е годы тоже), испытываешь настоящий шок. Постоянно приходится слышать и истории о ритуальных унижениях перед всем классом. Кое-кто вспоминает наказания и физическую боль: «Перкинс, чему равно семью восемь?» «Э-э, пятьдесят четыре?» (После этого Перкинс поспешно ныряет под парту, а над его левым ухом проносится губка для стирания с доски.)

Некоторые испытывали скорее психологическое страдание. «В худших своих кошмарах я видела, как мистер Грегори стоит перед классом и заставляет нас скандировать “Математика — это здорово, математика — это здорово”», — рассказала одна мама. Она сказала также, что, если все время говорить людям, что какая-то вещь — это здорово, эффект может оказаться противоположным задуманному. Кроме того, будем реалистами. Все полезное, что стоит изучать, требует усилий, и математика не исключение. Одна из серьезнейших наших проблем — уверенность в том, что учеба должна доставлять только удовольствие и даваться без труда. В результате у детей создается впечатление, что если при изучении математики им приходится напрягаться, значит, они к математике не способны. В Японии, где традиции высоких стандартов в математике очень сильны, акцент, как правило, делают на старание и усердие, а не на способности.

Конечно, трудно выяснить, как часто люди на самом деле сталкиваются с такого рода ситуациями, вызывающими у них ночные кошмары, но иногда, вероятно, достаточно мгновенного унижения, чтобы стройное здание математики рухнуло. Многие родители помнят

момент, когда этот школьный предмет вдруг превратилась для них в кирпичную стену, а дальнейший прогресс в данной области стал казаться невозможным. Такое может случиться и с хорошим математиком тоже, — разница в том, что они, как правило, утыкаются в свою стену в университете или еще позже. Многие математики даже любят это ощущение и рассматривают его как вызов — как препятствие, которое нужно преодолеть.

Итак, что вы можете сделать, чтобы преодолеть свой страх перед математикой?

- Вам следует понять, что вы, вероятно, более сильны в математике, чем думаете сами. Когда взрослые *могут* применить математические методы (ведь очень многие способны распознать какие-то закономерности, выбрать лучшее из нескольких скидочных предложений в супермаркете, а также усомниться в опубликованных правительством статистических данных), они считают это проявлением «здорового смысла», а все, чего делать *не могут*, называют «математикой», — так что неспособность к математике становится самосбывающимся пророчеством.
- Большинство взрослых уверены, что математика — предмет, в котором главное — *усвоить ее методы* и всегда все делать *правильно*. Мы с этим не согласны. Мы убеждены, что в математике критически важен момент, когда ты *оказываешься в тупике* и совершаешь *ошибки*. Не зря математическая задача по-английски называется «проблемой» (problem) — это потому, что для решения ее,

как предполагается заранее, потребуется приложить усилия и преодолеть определенные трудности. Оказаться в тупике почетно, и зачастую лучший способ выбраться оттуда и разобраться с задачей — оставить ее на время; поговорка «утро вечера мудренее» может оказаться здесь весьма кстати.

- Найдите немного свободного времени, когда дети уже будут в постели, включите умиротворяющую музыку и попробуйте порешать математические задачки, содержащиеся в конце книги. Имейте в виду, что некоторым детям они представляются «нерешаемыми». Некоторые из них вам, вероятно, тоже покажутся сложными, но другие вы решите быстро — и удивитесь, что для кого-то это может быть проблемой. Сравните вашу реакцию с той, что мы получили от других родителей, — и выяснится, что в ваших мыслях много общего. Когда вы поймете, что вместе с вами в той же лодке находится множество других людей, поводов для страха станет намного меньше.

3. Как научить ребенка получать удовольствие от математики и разбираться в ней лучше, чем я в свое время?

Мы объединили два этих вопроса, поскольку они тесно взаимосвязаны. Ребенок успевает по математике тем лучше, чем больше он ей занимается, и он тем скорее готов уделить ей много времени, чем сильнее она ему

нравится. В значительной мере и удовольствие от занятий математикой, и их результат зависят от того, как к этому предмету относятся дома.

Один из важнейших факторов — положительная обратная связь. Вам следует хвалить ребенка за усердие, а не за «ум» или «сообразительность». Важно помочь ему понять, что усвоение математики происходит постепенно и что очень важен постоянный рост: даже если не удастся справиться с примером сразу, это не означает, что мальчик или девочка никогда не осилит его. Если же ребенок, уверовавший в свой ум или сообразительность, столкнется с математической задачей, которую пока он не в состоянии решить (что обязательно произойдет), он может подумать, будто достиг своего потолка, и сдаться.

Идеальный момент для оценки и для похвалы — во время совместной проверки домашней работы. Если ребенок неверно решил математическую задачу, взрослому хочется сразу же сказать ему, что здесь ошибка, и объяснить, как надо правильно ответить. Не следует поддаваться такому порыву. Лучше попросить ребенка рассказать, какие действия он выполнял, и незаметно подвести его к нужному месту так, чтобы (если вам повезет) он сам заметил ошибку.

Чтобы добиться большего, можно объяснить какую-то часть самому... и, если нужно, сделать ту же ошибку, какую сделал ребенок, а затем исправить ее, посмеяться и сказать: «Так, дальше три плюс три, это будет семь... нет, погоди, это неверно, мама сглупила [или папа сглупил]...» Когда мальчики или девочки что-то объясняют, не торопите их; давайте детям достаточно времени, чтобы они могли описать весь ход решения.

Часто первая обнаруженная ошибка на самом деле является следствием какого-то другого, более фундаментального непонимания. Если вы позволяете довести объяснение до конца, вы, в сущности, даете ребенку возможность самому сообразить, где он ошибся; иногда ему это удается. В итоге дети начинают понимать: ошибка — это не то, что обязательно наказуемо, и даже родители иногда ошибаются.

Когда ваш ребенок выполнит какое-то задание по математике правильно, *тоже попросите его объяснить, что и как он делал!* Благодаря этому вы сможете проверить его рассуждения (иногда правильный ответ удастся получить из совершенно неверных посылок), но не только; есть и другая, более важная причина. Если вы будете просить объяснения только в случаях неверного решения, ваш сын или дочь начнет связывать объяснение и ваш интерес к нему с собственной неудачей — и закроется. Вы, как родитель, ничем не сможете помочь ребенку в рассуждениях, если он не захочет описать свою логику.

Будьте терпимы к ребенку, когда он окажется в тупике. Работая один на один с сыном или дочерью, очень легко думать: «Мне нужно донести эту мысль» или «Как это можно не понять?» Невозможно научиться чему бы то ни было мгновенно. Очень полезно сделать перерыв, вернуться к теме на следующий день или даже оставить ее на неделю. Иногда это поистине чудесно действует на понимание и усвоение темы... а также на атмосферу в доме.

Вам необходимо сделать математику увлекательным приключением, а не скучной обязанностью. И, самое главное, *никогда* не говорите о себе как о человеке,

не способном к математике. Это самое главное наше «никогда», и мы еще вернемся к нему в главе «Правильная и неправильная родительская тактика». Если вы проявите интерес к математике, он передастся и вашим детям. А если разговоры о математике и математические игры будут естественной частью вашей повседневной жизни, а не тем, что делается только «из-под палки» за письменным столом в виде домашней работы, математика неизбежно начнет приносить удовольствие. Тому, как этого добиться, и будет посвящена остальная часть нашей книги.

4. Почему им (или мне) нужно это знать?

Чуть дальше, за первыми тремя главными вопросами, маячит еще один вопрос, который некоторым родителям представляется очень серьезным.

Когда ваш ребенок плачет над домашним заданием, потому что не может понять, какая именно часть фигуры на рисунке заштрихована, или если он показал вам контрольную работу, в которой нужно искать простые сомножители, вы можете думать: «После окончания школы мне все это ни разу не понадобилось». Так что естественно задаться вопросом о том, зачем ваших детей заставляют через все это проходить.

Этот вопрос на протяжении многих лет лихорадил всю систему образования. Идут бесконечные дебаты о том, что нужно и что не нужно включать в обязательную программу. В любом случае, нравится вам это или нет, вашим детям *приходится* заниматься математикой, и многие родители этим недовольны.

Целесообразность включения в учебную программу некоторых элементов математики обосновать не сложно, потому что они имеют очевидное применение в каждодневной жизни. Любому ребенку понятно, что без знаний основ арифметики нельзя правильно прочитать кулинарный рецепт, посчитать сдачу, измерить собственный рост или наметить, сколько придется экономить, чтобы купить новую игру. Пользу некоторых других математических хитростей понимают только родители: проценты, оценочные вычисления и интерпретация статистических данных пригодятся в жизни, когда ребенок покинет родительский дом и начнет сам зарабатывать на жизнь.

Проблемы возникают, когда математика становится более абстрактной. Где потребуются знания о простых числах? Как может пригодиться на практике размер углов правильного пятиугольника?

Поиск ответа на вопрос «Какой в этом смысл?» может оказаться неблагоприятной задачей. В сущности, его можно задать обо всем, что не принесет вам сейчас или в будущем очевидной практической пользы. Какой смысл знать, что у Генриха VIII было шесть жен или что магний, если его поджечь, горит ярким белым пламенем? Если вы придерживаетесь мнения о том, что знание и учение полезны и нужны сами по себе, то математика, безусловно, относится к фундаментальным знаниям ровно в той же степени, что и история Генриха VIII. Для некоторых родителей такого обоснования, возможно, достаточно, но большинству — нет.

Одна из важных причин, по которой вашему ребенку необходимо так много внимания уделять математике вне зависимости от того, нравится ли она ему и есть ли

у него к ней склонность, заключается в том, что хорошая математическая подготовка стала важным условием начала успешной карьеры в большинстве профессий. *Нужна ли вам вся эта математика на самом деле, практически не имеет значения, — важно, что общество сочло ее необходимым условием и вряд ли в ближайшее время передумает.* Так что если вы хотите, чтобы ваш ребенок имел по крайней мере *возможность* стать медсестрой, механиком, юристом или разработчиком компьютерных игр, ему хочешь не хочешь придется сдавать математику. Мы не любим приводить этот довод, но факт ест факт, и его невозможно игнорировать.

Некоторые люди, оправдывая присутствие уроков математики в школьном расписании, говорят: «Математика учит думать и творчески решать задачи». Это правильная идея, но для большинства детей она слишком абстрактна, чтобы в нее поверить, — и, скажут некоторые, разве игровая приставка делает не в точности то же самое? На самом деле мышление, развитию которого способствует большинство компьютерных игр, очень ограничено. Хорошее математическое образование формирует в нас универсальные мыслительные навыки — их можно применять всегда, в первую очередь для того, чтобы здраво и твердо обосновывать свои мысли, а также видеть закономерности и давать правдоподобные прогнозы. Эти навыки полезны как при постижении самых масштабных идей и явлений, вроде формы Вселенной, так и в самых обыденных ситуациях: к примеру, помогают рассчитать, какую пенсию вы будете получать через 30 лет.

Но лучшим ответом на вопрос «Какой смысл?» часто служит другой вопрос: «А почему во всем должен быть

смысл?» Какой толк в sudoku? Никакого — что, однако, не останавливает миллионы людей, разгадывающих эти головоломки, да еще и с удовольствием. И есть ли «смысл» в поэзии? Отчасти «смысл» математики в том, чтобы снабдить наших детей практическими навыками, которые будут полезны им во взрослой жизни, но на самом деле практическая ценность не важна, если само занятие доставляет удовольствие. А удовольствие не обязательно означает пять минут смеха. Футбол, альпинизм и другие занятия, которым человек отдает свое время и силы ради получения удовольствия, нередко непредставимы без моментов дискомфорта, разочарования и даже боли, но в противном случае они приносили бы куда меньше радости.

Кстати говоря, в основе претензий тех, кто сомневается в полезности математики, лежит именно фактор удовольствия. Для большинства людей проблемой является не врожденная способность (или ее отсутствие) к математике, а то, что она им абсолютно не нравится. Часть этой проблемы — методика преподавания. Если ваши детские воспоминания о математике сводятся к скучным, однообразным упражнениям по отработке техник, давно придуманных другими людьми, вряд ли ваши общие впечатления об этом предмете будут очень уж позитивными.

Игра — существенный элемент математики на всех ее уровнях. Вот почему в этой книге так много игр. Любопытство тоже имеет значение, поэтому мы включили сюда задания, которые могут заинтриговать ваших детей. Мы не ожидаем, что у всех читателей вдруг проснется интерес к математике, ведь историей или географией тоже активно интересуются не все. Но если детей

не познакомить с математикой и не показать, что это занимательный предмет, способный доставить немалое удовольствие, она, скорее всего, никогда их и не увлечет.

Вы, возможно, обратили внимание, что по сравнению с тем, что было в 1990-е и начале 2000-х, детям теперь приходится овладевать бóльшим количеством математических знаний. Теория гласит, что чем больше требуешь от ребенка, тем лучше будут его результаты. С некоторыми детьми этот принцип действительно работает, но в его применении есть и риск. Некоторые мальчики и девочки перенапрягаются и переживают стресс, поскольку они вынуждены иметь дело с непонятными им концепциями. Такие дети быстро теряют интерес к математике.

Ваша роль — питать и поддерживать у ваших детей любопытство по отношению к математике и знания в этой области, сделать их частью повседневной жизни и, самое главное, превращать занятия математикой в увлекательное приключение. Наши рекомендации можно применить к детям самых разных возрастов и способностей. И если уж быть честными, в программе третьего класса найдется немало такого, что (тс-с-с, говорите потише, пожалуйста) *многим мамам и папам покажется сложным.*

ЧИСЛА И ПОЗИЦИОННАЯ СИСТЕМА

Вопрос. **Найди половину от 8.**

Ответ **3**

*Потому что 8 можно
сделать из двух 3.*

Ребенок впервые сталкивается с математикой, когда учится называть числа и считать предметы; многие дети овладевают этими навыками к моменту поступления в школу. Поэтому, если у ваших детей первый этап уже позади, вы, возможно, решите пропустить данную главу. Однако все же нам хотелось бы на мгновение задержать вас и напомнить о том, какая это хитрая и сложная штука, наша система счисления. Древний римлянин или грек, телепортированный в первый класс современной школы, застыл бы в благоговейном изумлении перед системой записи чисел — ведь «1» в ней может означать и одну вещь, и десять, и даже тысячу. Что же касается запятой в десятичной дроби и странных слов, таких как «сорок» или «девяносто», обозначающих почему-то «четыре десятка» и «девять десятков» соответственно, то они просто поставили бы беднягу в тупик. Числа совсем не так просты, как нам, привыкшим к ним взрослым, кажется. Не стоит удивляться, что многие дети, научившись считать, долгие годы не могут разобраться в «позиционной системе».

В этой главе мы расскажем немного о том, как человечество обзавелось нынешней системой счисления и как ее сегодня преподают в школах. Мы также познакомим вас с кое-какими играми и другими приемами, которые помогут вам закрепить знания ваших детей об этой системе и могут оказаться такими же интересными и полезными для десятилетних детей, как и для дошколят.

Проблемы, которые часто возникают у детей в связи с числами и позиционной системой записи:

1. Дети думают, что 6000 — это на один больше, чем 5099.
2. Записывают «сто тридцать шесть» как 10036.
3. Не сознают, что в числе 243 содержится 24 группы по 10, а не просто четыре десятка.
4. Думают, что 3,453 меньше 3,35, потому что в первом числе присутствуют тысячные.
5. Думают, что 0,75 меньше 0,203, потому что 75 меньше 203.

История десятичной системы

Наша система счисления работает следующим образом: объекты в ней группируются в десятки, десятки десятков слагаются в сотни, десятки сотен образуют тысячи и т. д. Выбор именно десятки в качестве основы для счета объясняется, конечно, тем, что у каждого из нас на руках по десять пальцев — и на ногах тоже, для ровного счета.

Эта система десятков («десятичная») настолько нам знакома, что кажется почти естественной — ну, просто числа так устроены. На самом же деле этой системе в том виде, в каком мы ее знаем, — то есть с сотнями, десятками, единицами и всем остальным, — а также ее каждодневному применению для расчета денег и различных измерений, всего несколько сотен лет. Мы знаем, что детям требуется не один год, чтобы научиться «расшифровывать» написанные значки и бегло читать;

точно так же и на освоение придуманной нами системы называния, чтения и записи чисел нужно время.

Идея группировать числа по десяткам получила признание много веков назад, о чем явно свидетельствует изобретение абака. Первые абаки делались из глины и имели желобки, в каждом из которых помещалось девять небольших камешков. Как только счет доходил до десяти, вместо десяти камешков клали один — причем уже в следующий желобок. Когда и этот желобок заполнялся девятью камешками, с появлением десятого все десять опять заменялись на один, который вновь оказывался в следующем желобке. Записывать не было нужды — камешки в желобках помогали следить за счетом. Для обозначения более крупных групп использовались особые символы, к примеру, X для десятки и C для сотни в римской системе.

Ранние системы счисления не имели знака для обозначения нуля. В конце концов, если в желобке абака нет ни одного камешка, то как обозначить пустоту? У римлян 305 записывалось просто как CCCV, а тот факт, что в числе нет десятков, с очевидностью вытекал из отсутствия в записи знаков X.

.....

РИМСКИЕ ЧИСЛА

I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

Римская система записи чисел основывалась исключительно на использовании семи букв. Обратите внимание, что ими обозначались не только 1, 10, 100 и 1000 (числа, которые мы используем в качестве позиций в нашей десятичной системе), но и 5, 50 и 500. Для чисел от 4000 и выше над числом проводили горизонтальную линию, означавшую «тысячи», так что, к примеру, \overline{X} обозначает 10 000. В римском числе I, X и C не всегда означают 1, 10 и 100. Если поместить их слева от (соответственно) X, C и M, они означают *отнять* 1, *отнять* 10 и *отнять* 100. Поэтому IX, к примеру, означает $10 - 1 = 9$, а CD означает $500 - 100 = 400$. Чаще всего сегодня римские числа используются при традиционной записи дат (поэтому когда на телеэкране после программы пробегают титры, нам, чтобы понять их, приходится кое-что быстро расшифровывать).

.....

Проверьте себя

1. Римские цифры в городах

На каком из лондонских памятников вы найдете римское число MDCLXVI (в нем есть все возможные буквы, в порядке убывания чисел) и к какому событию оно отсылает?

Как были придуманы разрядные значения

Ситуация начала меняться с введением нашей современной (арабской) системы счисления. Один и тот же символ — к примеру, 3 — использовался для обозначения

трех единиц, или трех десятков, или трех сотен, или трех миллионов и т. д. Теперь важны были не только сами символы, но и место, которое они занимали в числе. Если в сотенном желобке абака лежали три камешка, в единичном — пять, а бороздка, отвечающая за десятки, оставалась пустой, то писцы начали записывать 35. Но как быть с промежутком между 3 и 5? Как дать понять, что он оставлен намеренно, а не возник в результате неаккуратности писца? Или, к примеру, что пропущены только десятки, а не десятки и сотни одновременно и что 3 означает 300, а не 3000? Эту проблему удалось решить изобретением нуля (0), который стал использоваться для обозначения пустого места. Появление нуля между 3 и 5 — 305 — удерживало 3 и 5 на их законных местах единиц и сотен. Значение 3 в данном случае становится однозначно: три сотни, 300. Отсюда и одно из названий нашей системы счисления — **позиционная система**.

Запись чисел с использованием их разрядных значений приобрела особую роль с изобретением печатного станка. Когда бумага стала дешевой, люди смогли отложить в сторону свои «старые» счетные методы — абаки — и перейти к новой, более универсальной технологии — бумаге и перу. Некоторые историки считают, что в то время об «отупляющем» влиянии письменного счета (по сравнению со счетом на абаке) спорили не меньше, чем сегодня говорят об отупляющем влиянии калькуляторов, пришедших на смену вычислениям на бумаге. Возможно, вопрос «Что ты будешь делать, если у тебя сломается перо?» тогда служил эквивалентом сегодняшнего «Что ты будешь делать, если у тебя в калькуляторе сядет батарейка?». Мало того, и сегодня в мире

найдутся такие места, где самым популярным счетным инструментом до сих пор служит абак. В Японии тоже используется своеобразная форма абак — соробан, — и опытные пользователи считают на нем быстрее и точнее, чем с помощью ручки и бумаги.

Чтобы узнать побольше о позиционной системе, которую мы принимаем как нечто само собой разумеющееся, давайте посмотрим, как могло бы обернуться дело, если бы у человека было не десять, а восемь пальцев на руках.

Если бы мы были восьмипальцами

Система счисления, которой мы пользуемся, основана на подсчете пальцев на руках. После того как все пальцы оказываются посчитаны, нам нужно начать заново, поэтому для того, чтобы зафиксировать наличие у нас двенадцати предметов, мы говорим, что у нас есть один полный набор пальцев плюс еще два — и записываем это как 12. Это серьезный шаг для мальчика или девочки — соотнести единицу в числе 12 с «одним набором из десяти штук». Чтобы помочь вам встать на место ребенка и оценить сложность стоящей перед ним задачи, вам полезно поработать с незнакомой системой счисления. Представим, какой могла бы быть математика, окажись у нас на руках не десять пальцев, а всего восемь (как обычно рисуют у мультяшных героев, таких как Барт Симпсон или Микки-Маус). Тогда счет выглядел бы так: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 12...

Этот вариант счета известен как **система счисления с основанием восемь**, или **восьмеричная система**. Обратите внимание: на самом деле в ней никогда

не используется цифра 8. В этой системе 10 означает не десять, а восемь — одну группу из восьми единиц. Так что в мире восьмипалых 12 — это группа из восьми единиц плюс две единицы, что означает десять в нашей обычной системе отсчета.

Проверьте себя

2. *Ищем эквиваленты*

Можете ли вы определить, какому числу в нашей десятичной системе эквивалентно 124 в системе с основанием 8?

Идею системы счисления с каким-то конкретным основанием можно связать с любым числом пальцем. Представьте себе, к примеру, инопланетянина всего с двумя пальцами. Он никогда не стал бы использовать число 2. Вместо этого счет у него начинался бы так: 1, 10, 11... а дальше? В двухпальцевой математике нет цифры 2, так что после 11 идет 100. Затем 101, 110, 111, 1000 (соответственно, 1000 означает число 8: одна восьмерка, нет четверок, нет двоек, нет единиц). Счет на двух пальцах известен как система счисления с основанием два или, как ее чаще называют, двоичная система счисления.

Многие британские родители — и наверняка бабушки и дедушки — изучали в школе числа в разных системах счисления. Тому была серьезная причина, поскольку в обычной жизни им каждый день приходилось сталкиваться со счетом в системах, отличных от десятичной. К примеру, в шиллинге было 12 пенсов, в футе — 12 дюймов, в фунте — 16 унций, в галлоне — 8 пинт.

Теперь, когда большая часть мира пользуется метрической системой, необходимость изучения других систем счисления стала куда менее очевидной, но представление о том, как они работают, помогает лучше понять десятичную систему, которой мы пользуемся и склонны воспринимать как нечто само собой разумеющееся. А тому, кто хотел бы разобраться в основах работы компьютеров, без понимания двоичной системы не обойтись (позже мы поговорим об этом более подробно).

.....

Игра: «Двадцать»

В эту игру, чрезвычайно популярную на детских площадках по всей Британии, могут играть дети уже в пять лет, но на самом деле она способна развлечь не только малышей, но и подростков и даже взрослых. Существует множество вариантов, а базовый называется «Двадцать». Два игрока по очереди считают до 20, называя в свою очередь одно, два или три числа (каждый из них сам решает, сколько чисел называть за этот ход). Игрок, которому приходится завершать счет и называть последнее число — 20 — проигрывает. Поэтому игра может идти примерно так:

Али: Один, два.

Джейк: Три.

Али: Четыре, пять, шесть.

Джейк: Семь, восемь.

Али: Девять, десять, одиннадцать.

Джейк: Двенадцать, тринадцать, четырнадцать.

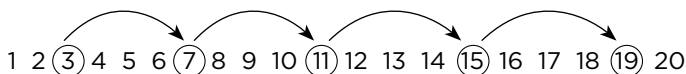
Али: Пятнадцать, шестнадцать...

Джейк (улыбается, ведь напряжение растет): семнадцать, восемнадцать, девятнадцать!

Али: Пропади ты пропадом... двадцать!

Не секрет, что дети часто играют в эту игру по много раз подряд, пытаясь выработать победную стратегию. До них быстро доходит, что главное — это добраться до девятнадцати, поскольку тогда у противника не будет выбора, и ему придется сказать «двадцать». Но как гарантировать себе возможность добраться до девятнадцати? Решение в том, чтобы добраться до 15. После 15, что бы ни сказал противник (16 или 16, 17 или 16, 17, 18), вы сможете за следующий ход добраться до 19 и на этом остановиться.

На самом деле в этой игре, оказывается, существует закономерность: чтобы выиграть, нужно останавливаться на «ступеньках» — числах 3, 7, 11, 15 и 19:



Чтобы гарантированно выиграть, нужно досчитать до трех. Это просто, если вы начинаете: вы просто говорите: «Один, два, три». Если вы считаете вторым, остается только надеяться, что ваш противник не знает, как выиграть, и не досчитает до трех на первом ходу. Тогда в следующие ходы вы сможете останавливаться на 7, 11, 15 и 19.

Может показаться, что это игра для тренировки счета, но на самом деле все гораздо глубже; главное в ней — обнаружить закономерность.

Можно очень быстро усложнить игру, просто слегка изменив правила. К примеру, что если сделать целевым числом 25? Или разрешить игрокам называть не по три, а по *четыре* числа подряд? Или играть втроем?

.....

Умение считать группами

Прежде чем более внимательно рассмотреть нашу систему счета больших чисел, давайте попытаемся понять, в чем сложность того, что приходится осваивать маленьким детям в процессе обучения счету.

Во-первых, разумеется, им приходится заучивать новые названия: один (раз), два, три и т. д. И, хотя взрослым это кажется очевидным, детям необходимо узнать и запомнить, что эти слова следует произносить в определенном и всегда одинаковом порядке (а вот, например, игрушечных мишек, красиво рассаженных на диване, можно называть в любом порядке, да и расположить их можно по-разному). Многие известные детские считалки — «Раз, два, три, кому хочешь, дари!»; «Раз, два, три, четыре, пять, вышел зайчик погулять...» — придуманы именно для того, чтобы помочь ребенку освоить счет.

При знакомстве с числами дети видят в них скорее «описания», «ярлычки», не имеющие отношения к «количеству». Фраза «Саше четыре годика» для ребенка не слишком отличается от фраз «Саша — мальчик» или «Саша маленький». Номера домов, кнопки на мобильнике, телевизионные каналы — дети со всех сторон окружены числами-ярлыками и не воспринимают их как что-то связанное с количеством. Разумеется, мы

как родители помогаем им увидеть эту связь, но работы здесь еще много. Так, если, занимаясь с четырехлетним ребенком, вы выложите на стол шесть конфет, пересчитаете их и попросите малыша дать вам три штучки, то он уверенно протянет вам одну конфету — ту, на которую указал ваш палец на слове «три», вместо того чтобы дать сразу три. Это очень серьезное достижение — произнося «один, два, три, четыре, пять, шесть» и показывая пальцем на последнюю в ряду конфету на слове «шесть», осознавать, что теперь «шесть» может быть ярлычком для всех конфет вместе, а не только для той одной, на которую палец указал последней. И это при условии, что ребенок уже преодолел одно серьезное препятствие и научился координировать три вещи: указывать на конфету ровно в тот момент, когда произносится очередное счетное слово; следить за тем, чтобы не пропускать ни конфет, ни слов, а также за тем, чтобы не сосчитать ни одну из конфет дважды. Учиться счету лучше на реальных объектах, а не на картинках, потому что посчитанные предметы можно отодвигать в сторону (чтобы не сосчитать их повторно) и делать это одновременно с произнесением соответствующего счетного слова.

А теперь представьте, что вам шесть или семь лет и вы только начинаете чувствовать себя уверенно в этой игре, которую взрослые называют счетом; вы уже умеете загибать пальчики по очереди и считать их все, сколько есть. И тут вдруг появляется кто-то, кто начинает называть все ваши десять пальчиков «один»! Согласитесь, римским детям, у которых для этого был специальный символ — X, жилось намного легче.

Та же сложность обнаруживается, когда дети начинают осваивать счет денег, для начала — монет. Почему

пятипенсовик, который уступает по размеру монете в один пенни, должен обладать такой же ценностью, как пять монет по одному пенни? Маленький ребенок всегда предпочтет пять отдельных монет.

Здесь могут помочь различные игры и занятия, в ходе которых нужно собирать, группировать, обменивать и называть предметы. Придумайте какую-нибудь простую игру: пусть ребенок собирает пенни, и всякий раз, когда у него наберется пять монет, обменивает их на одну пятипенсовую. Или можно собирать цветные счетные палочки или фишки — когда наберется десять красных палочек, обменивайте их на одну синюю. Десять синих палочек, если столько наберется, можно будет обменять на одну желтую. При этом имеет смысл разговаривать с ребенком о палочках: «Смотри, у меня две синие палочки и три красные. Если я обменяю их все на красные палочки, сколько палочек у меня будет?»

КОРОТКИЙ СОВЕТ

На прогулках ищите возможность поговорить с ребенком о группах предметов как о едином целом. Можно обсудить, к примеру, покупку наборов в супермаркете. «Если мы купим две упаковки воды по шесть бутылок в каждой, сколько всего бутылок это будет? А в упаковке апельсинового сока четыре коробочки. Нам на неделю таких коробочек нужно двенадцать штук. Сколько упаковок мы купим?»
